

Gruppenübung 1

Aufgabe 1 Wir betrachten das elektrische Netzwerk aus Abbildung 1. Der nichtlineare Widerstand R hat die $x-i$ -Charakteristik (Spannungs-Strom-Charakteristik) $i = R(x) = -x + \frac{1}{3}x^3$. Wir suchen die Differentialgleichung für den Spannungsverlauf x am nichtlinearen Widerstand. Wenn der Eingangsstrom $u = 0$ ist, so nennt man dieses Netzwerk van der Pol Oszillator.

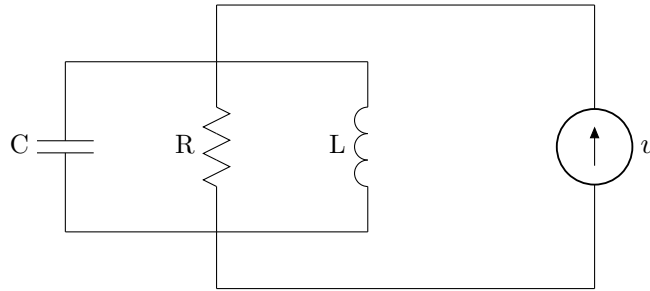


Abbildung 1: Elektrisches Netzwerk für das stromgesteuerte van der Pol-System.

- a) Stellen Sie eine Differentialgleichung für die Spannung x auf. Schreiben Sie die Differentialgleichung in dimensionsloser Form durch die Verwendung der Zeittransformation $\tau = \frac{t}{\sqrt{CL}}$. Verwenden Sie die Abkürzung $\mu = \sqrt{\frac{L}{C}} \geq 0$ um
- $$\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + x = \mu u \quad (1)$$

als Endergebnis zu erhalten.

- b) Linearisieren Sie die Spannungsdifferentialgleichung um die Ruhelage $(\bar{x}, \bar{u}) = (0, 0)$. Leiten Sie aus dem Resultat eine Zustandsraumdarstellung in Regelungsnormalform ab.
- c) Führen Sie nun die Schritte aus b) in umgekehrter Reihenfolge aus und diskutieren Sie ihre Lösung.
- d) Für welche Werte von μ ist das linearisierte System aus b) steuerbar?
- e) Für welche Werte von μ ist das linearisierte System b) beobachtbar?
- f) Entwerfen Sie einen Luenbergerbeobachter für die Zustandsraumdarstellung aus b).
- g) Analysieren Sie das linearisierte Zustandsraummodell aus b) ($\mu \geq 0$). Genauer, berechnen Sie die Eigenwerte der Linearisierung in Abhängigkeit von μ und zeichnen Sie den qualitativen Verlauf der Eigenwerte in der komplexen Ebene ein. Zeichnen Sie die Phasenportraits für $\mu = 0$ und $\mu = 4$. Berechnen Sie, falls nötig, die Eigenvektoren.
- h) Entwerfen Sie eine stabilisierende Zustandsrückführung für das linearisierte System.